

TÜRKİYE CUMHURİYET MERKEZ BANKASI
ARAŞTIRMACI BİLİM SINAVI

MAKROİKTİSAT

Eylül 2009

Açıklamalar : Bu sınavda cevap verilmesi beklenen soru adedi 8'dir. Sınav süresi 180 dakikadır. Soruların toplam puanı 100'dür.

1. Merkez bankalarının politika aracı olarak kullandıkları faiz oranları ile piyasadaki orta ve uzun vadeli bono ve tahvil faizleri arasındaki ilişkiyi aşağıdaki unsurların nasıl etkileyeceği konusunda değerlendirmelerinizi kısaca yazınız.
 - a. (3 puan) Merkez bankasının kredibilitesi.
 - b. (3 puan) Finansal piyasalardaki risk algılamalarına dair değişimler.
 - c. (3 puan) Ekonomik konjonktür (ekonominin büyüme veya daralma evreleri).

2. Aşağıdaki soruları kısa açıklamalar ile cevaplayınız.
 - a. (4 puan) "Türkiye ekonomisi cari dengesi 2002'den 2008'e sürekli bozulma göstermiştir. Bu durum ulusal tasarruflardaki düşüş ve/veya yatırımlardaki artışa işaret eder" önermesini tartışınız.
 - b. (3 puan) Bono fiyatı ile faiz haddi arasındaki ilişkiyi açıklayınız.

3. (10 puan) İşsizlik yardımlarının finansmanının üretim yapan firmaların işgücüne yaptığı toplam ödemelere orantılı bir vergilendirme ile karşılandığı bir ekonomide hükümetin işsizlik yardımlarını artırma kararı almasının dengede işsizlik oranı üzerine nasıl bir etkisi olmasını beklersiniz? Kısaca açıklayınız.

4. (12 puan) Bir merkez bankasının politika faizlerini belirlerken, Taylor kuralı diye bilinen, aşağıdaki politika kuralını (veya tepki fonksiyonunu) izlediği bilinmektedir:

$$i_t = r_t^n + \rho i_{t-1} + \beta(\pi_{t+k}^e - \pi^T) + \alpha(y_t - y_t^*) + \varepsilon_t$$

Bu denklemde, i_t merkez bankasının kısa vadeli politika faizlerini, r_t^n ekonomideki denge reel faiz oranını, π_{t+k}^e k dönem sonrası için beklenen enflasyon oranını, π^T merkez bankasının enflasyon hedefini, y_t t dönemindeki reel milli gelirin logaritmasını, y_t^* t dönemi için ekonomideki potansiyel milli gelirin logaritmasını ve ε_t bu politika kuralından sistematik olmayan sapmaları temsil etmektedir.

Yukarıdaki tepki fonksiyonunda ρ , β , α ve k parametrelerinin iktisadi anlamını açıklayınız. Enflasyon hedeflemesi rejiminin “esnek” ya da “katı” olması β , α ve k parametrelerini nasıl etkiler?

5. Açık faiz paritesi (AFP) koşulu (uncovered interest parity condition), yatırımcıların aynı vadede iki ülkeye (yerli ve yabancı) ait menkuller arasında getiri açısından kayıtsız kalmaları prensibi ile ortaya çıkmaktadır. Burada, i_t 1 dönemlik yerli bir menkulün nominal getirisini, i_t^* da 1 dönemlik yabancı bir menkulün nominal getirisini belirtsin. E_t bugünkü (spot) döviz kurunu (yabancı paranın yerli para cinsinden değeri), E_{t+1}^e de 1 dönem sonra beklenen döviz kuru değerini belirtsin.

- a. (6 puan) Buna göre açık faiz paritesi koşulunun

$$i_t \approx i_t^* + \frac{E_{t+1}^e - E_t}{E_t}$$

Denkliği ile yakınsanabileceğini gösteriniz, bu yakınsama için gerekli koşulları açıkça belirtiniz. Ayrıca, bu denkliğin ekonomik olarak ne ifade ettiğini açıklayınız.

- b. (4 puan) Yerli yatırımcının yerli menkulleri tercih ettiği ve yerli menkullerin uluslar arası piyasada ticarete konu olmadığı, buna karşın yabancı menkullerin uluslar arası piyasada alınıp satılabildiği bir ortamda da AFP’de ne yönde bir eşitsizlik oluşmasını beklersiniz? Kısaca açıklayınız.
- c. (3 puan) Uluslar arası yatırımcıların ani bir şekilde yerli para cinsinden menkullere olan ilgisinin azaldığını varsayalım.

“Bu durum, aşağıda verilen uyarılanmış açık faiz paritesi koşulunda θ ($\theta > 0$), parametresindeki bir artış ($\Delta\theta > 0$) ile temsil edilebilir” önerisini açıklayınız.

$$i_t \approx i_t^* + \frac{E_{t+1}^e - E_t}{E_t} + \theta$$

- d. (7 puan) Başlangıçta ekonominin orta vadede dengede olduğunu varsayalım. θ ’daki bu artışın yeni dengede toplam üretim, faiz haddi ve döviz kuru üzerindeki etkilerini tartışınız.

6. ve 7. sorulardan sadece birini cevaplayınız.

6. İnsanların gençlik ve yaşlılık olarak 2 dönem yaşadığı bir kesişen nesiller ekonomisi ele alalım. Bu ekonomide nüfus artış hızının sıfır olduğunu, her dönem yaşayan genç ve yaşlı nüfusun birbirine eşit olduğunu ve bu sayının N ile temsil edildiğini düşünelim. t döneminde ekonomiye katılan nesilde her bireyin kendi yaşam süresince değerlendirdiği fayda fonksiyonu:

$$u(c_t, c_{2t+1}) = \ln c_t + \beta \ln c_{2t+1} \quad \beta > 0$$

şeklinde verilmektedir. Bu fonksiyonda c_t , t döneminde ekonomiye katılan bireyin gençken yaptığı tüketimi, c_{2t+1} de aynı bireyin $t+1$ döneminde yaşlıyken yaptığı tüketimi göstermektedir. Modelde üretimin olmadığını, her t döneminde ekonomiye katılan neslin her bireyine sırası ile t ve $t+1$ dönemlerinde y_t ve y_{2t+1} düzeyinde tüketim malı verildiğini varsayalım.

Herhangi bir belirsizlik kaynağı olmayan bu ekonomide t döneminde ekonomiye katılan bir kişinin yaşamının gençlik ve yaşlılık dönemlerinde karşılaştığı bütçe kısıtları aşağıda verilmektedir:

$$\begin{aligned} c_t + s_t &= y_t \\ c_{2t+1} &= (1 + r_t)s_t + y_{2t+1} \end{aligned}$$

- (3 puan) t döneminde ekonomiye katılan bir bireyin dönemler-arası bütçe kısıtını yazınız.
- (8 puan) t döneminde ekonomiye katılan bir bireyin ömür boyu bütçe kısıtı altında maksimizasyon problemini çözüp bu bireyin gençlik dönemi tüketimini faiz oranının bir fonksiyonu olarak yazınız, $c_t(r_t)$.
- (4 puan) t döneminde ekonomiye katılan bir bireyin gençlik dönemi tasarrufunu faiz oranının bir fonksiyonu olarak yazınız, $s_t(r_t)$.
- (3 puan) Bu ekonominin t döneminde denge faiz haddini (r_t) belirleyen koşulu gösteriniz.

7. Solow büyüme modeli: Ekonomide K sermaye, L de emek girdilerini temsil etmek üzere toplam üretim fonksiyonunun,

$$Y_t = F(K_t, L_t) = AK_t^\alpha L_t^{1-\alpha} \quad 0 < \alpha < 1$$

şeklinde ifade edildiğini düşünelim. Bu fonksiyon neo-klasik bir üretim fonksiyonu özelliği göstermektedir (ölçeğe göre sabit getiri ve her bir üretim faktörüne göre azalan marjinal katkı). A teknoloji düzeyini ifade eden bir parametredir ve dönemler boyunca sabit kalmaktadır.

Bu ekonomide tüketiciler her dönem harcanabilir gelirlerinin sabit bir oranını tüketmekte, kalanını tasarruf etmektedirler: $C_t = (1-s)(Y_t - T_t)$. Burada C_t t döneminde toplam özel tüketimi, s (sabit) tasarruf oranını ($0 < s < 1$), T_t de toplam götürü (lump-sum) vergi düzeyini temsil etmektedir.

Bu ekonomide her dönem toplam yatırımlar toplam tasarruflarla belirlenmektedir.

Devlet her dönem G_t düzeyinde tüketim yapmaktadır. Devletin tüketiminin üretim ya da yatırım sürecine katılmamakta, transfer olarak da tüketicilere dönmemektedir. Her t döneminde $G_t = gL_t$ olmak üzere g (sabit) işgücü başına kamu tüketimini temsil etmektedir (Nüfus ve toplam işgücünün birbirine eşit olduğunu varsayınız). Kamu bütçesi her dönem denktir, $G_t = T_t$.

Ekonomide nüfus artış hızı n ($n > 0$), sabit sermaye yıpranma oranı da δ ($0 < \delta < 1$) ile gösterilsin.

- (3 puan) Yukarıdaki veriler ışığında, küçük harfleri işgücü başına büyüklükleri göstermek için kullanarak ($y_t = Y_t / L_t$ gibi) üretim fonksiyonunu işçi başına büyüklük olarak ifade ediniz.
- (10 puan) İşgücü başına sermaye stokunun zaman içerisindeki dinamiğini ($k_{t+1} - k_t$) ifade eden denklemi (Solow modelinin temel denklemi) yazınız.
- (5 puan) Bu ekonomide biri düşük işgücü başına sermaye k_D^* düzeyinde, diğeri de yüksek işgücü başına sermaye k_Y^* düzeyinde olmak üzere iki durağan durumun varlığını gösteriniz.

8. ve 9. sorulardan sadece birini cevaplayınız.

8. T.C. Başbakanlık Hazine Müsteşarlığı'nın Nisan 2003'den beri düzenli olarak yayınladığı "Kamu Borç Yönetimi" raporlarında yer alan "kamu borcunun sürdürülebilirliği" analizinde kullanılan denklemler aşağıdaki gibi özetlenebilir:

$$b_t = -d_t - m_t - pri_t + \left[\frac{(1+r_t^d)}{(1+g_t)} \right] b_{t-1}^d + \left[\frac{(1+r_t^f)}{(1+g_t)} \right] (1 + \Delta rer_t) b_{t-1}^f$$

Yukarıdaki denklemde b_t (Toplam Net Borç Stoku/GSMH), b_{t-1}^d (Bir Önceki Dönemin TL Cinsinden Borç Stoku/GSMH), b_{t-1}^f (Bir Önceki Dönemin Döviz Cinsinden Borç Stoku/GSMH), d_t (Faiz Dışı Fazla/GSMH), m_t (Senyoraaj Gelirleri/GSMH), pri_t (Özelleştirme Gelirleri / GSMH), r_t^d TL Cinsinden Borcun Reel Faiz Oranı, r_t^f (Döviz Cinsinden Borcun Reel Faiz Oranı), g_t (Reel Büyüme Oranı), Δrer_t (Reel Kurdaki Değişim (TL/\$)) olarak verilmektedir.

- (6 puan) Yukarıdaki denklem çerçevesinde, Türkiye ekonomisi gibi dışa açık bir ekonomide Hazine'nin elindeki temel politika aracının niçin d_t (Faiz Dışı Fazla/GSMH) olarak ortaya çıktığını tartışınız.
- (6 puan) Hazine'nin yukarıda değinildiği hali ile "kamu borcunun sürdürülebilirliği" analizinin güçlü/zayıf yönleri neler olabilir? Kısaca açıklayınız. Hazine'nin analizine bir alternatif önermek isterseniz nasıl bir alternatif makroekonomik –teorik çerçeve oluşturabilirsiniz? Hazine'nin yukarıda özetlenen analizinin güçlü/zayıf yönlerine de değinerek bir öneride bulununuz.

9. 2008 yılında ABD ekonomisinde konut piyasasında fiyatların düşmesi hane halklarının servetlerinde ciddi bir değer kaybına yol açmıştır. Öyle ki uzun bir dönemden beri ilk kez ABD'de hane halklarının (net) tasarruf oranları pozitif olarak gözlemlenmiştir.

Benzer şekilde konut piyasasında fiyatlarda ani ciddi düşüş 1990'ların başında İsveç ekonomisinde de gözlemlenmişti. Yine benzer şekilde İsveç hane halkları uzun süreden beri ilk kez pozitif tasarruf oranları kaydetmişti. Ancak 1990'ların başında İsveç ekonomisi sabit döviz kuru rejimi altında idi.

- (6 puan) Konut piyasasında fiyatların düşmesi ile başlayan gelişmelerin o dönemde İsveç ekonomisinde toplam üretimi nasıl etkilemiş olmasını beklersiniz? Açıklayınız.
- (6 puan) 1990'ların başında İsveç ekonomisi serbest döviz kuru rejiminde olsaydı üretimin nasıl etkilenmesini beklersiniz? Açıklayınız.

10. (12 puan) İlk belirtileri 2007 yılı ortasında ABD'deki konut piyasasında ortaya çıkan ve 2008 yılının Eylül ayında derinlik kazanarak bütün dünyaya yayılan küresel ekonomik krizi hazırlayan nedenleri, krizin gelişim sürecini, alınan politika önlemlerini ve bu süreçten genel olarak çıkarılabilecek dersleri bir sayfayı geçmeyecek şekilde anlatınız. *(Not: Bu soruya verilecek cevabın değerlendirmesinde metnin içsel tutarlılığı, akıcılığı ve ifade gücü temel ölçüt olarak alınacaktır.)*

Türkiye Cumhuriyet Merkez Bankası
Araştırmacı Bilim Sınavı - Ekonometri Kısmı
27 Eylül 2009

Bölüm I: Aşağıdaki ÜÇ Sorudan İKİ Soruyu Yanıtlayınız.

1. (30 puan) Bir araştırmacı XYZ ülkesi için zaman serisi verileri kullanarak aşağıdaki modeli tahmin etmeyi amaçlamaktadır.

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \gamma(x_t - x^*) + u_{1t} \quad (1.1)$$

π_t = Enflasyon oranı, x_t = reel gelir, x^* = potansiyel/denge reel gelir, u_{1t} = hata terimi, $E_t \pi_{t+1}$ = t döneminde bir sonraki dönem (t+1) için beklenen enflasyon oranı.

Çözüm kolaylığı için, potansiyel reel gelir (x^*) dönem süresinde sabit olarak alınabilir.

- a) [5 puan] Modelin ekonomi açısından bir anlamı var mıdır? İktisat teorisi ile tutarlı olarak, modeldeki β ve γ katsayılarının beklenen işareti nedir? Model tahmini merkez bankası para politikası için önemli midir? Kısaca tartışınız.
- b) Beklenen enflasyon oranı ($E_t \pi_{t+1}$) verisi doğrudan gözlemlenebilir olmadığından, araştırmacı farklı tahmin yöntemlerini uygulamayı düşünmektedir:
- i) [6 puan] Araştırmacı enflasyon beklentisi yanlışsamalarının ($\pi_{t+1} - E_t \pi_{t+1}$) durağan (stationary) olduğu varsayımı altında, beklenen enflasyon yerine t döneminde gerçekleşen enflasyon değişkenini kullanmayı düşünmektedir. Model (1.1) tahmini için bu yöntem sizce geçerli olabilir mi? Neden? Bu yöntemi uygulamanız durumunda modelin tahmininden elde etmeyi beklediğiniz β , γ ve R^2 değerlerini yazınız.
- ii) [6 puan] Araştırmacı modeldeki $E_t \pi_{t+1}$ değişkeni yerine, π_t değişkeninin bir grup değişken tarafından açıklandığı regresyon denkleminde elde edilen tahmin değerlerinin ($\hat{\pi}_t$) kullanılmasını düşünmektedir. Bu yöntemin ampirik olarak geçerli olabilmesi için gereken tahmin aşamalarını, kullanılabilecek değişkenlerdeki bulunması gereken özellikleri ve tahmin yönteminizi kısaca yazınız.
- iii) [6 puan] Araştırmacı aşağıdaki beklenti oluşum sürecinin geçerli olduğunu düşünmektedir:

$$\pi_t^e - \pi_{t-1}^e = \alpha(\pi_t - \pi_{t-1}^e)$$

Burada işlem kolaylığı için $E_t \pi_{t+1} = \pi_t^e$ olarak tanımlanmıştır.

Bu beklenti oluşum sürecinin geçerliliği varsayımı altında Model (1.1) tahmin edilebilir mi? Nasıl?

- c) [7 puan] Model (1.1) in x_t için çözümü aşağıdaki denklemi vermektedir:

$$x_t = q(\pi_t - \beta E_t \pi_{t+1}) + x^* + u_{2t} \quad (1.2)$$

x_t ve π_t değişkenlerinin birlikte belirlendiği bir durumda Model (1.1) ve Model (1.2)'nin tahmini için hangi yöntemi önerirsiniz? Neden?

2. (30 puan) Bir araştırmacı, enflasyon hedeflemesi (EH) ve döviz kuru rejimlerinin (DKR) döviz kurundan enflasyona geçiş etkisini incelemek amacıyla, 1999-2008 yılları için 20 ülke yıllık verilerini kullanarak, aşağıdaki modelleri tahmin etmiştir (gözlem sayısı = 200). Araştırmacının panel veri setinde 10 ülkede dönem boyunca EH uygulanmıştır. EH uygulayan ülkelerin tümünde ve diğer ülkelerin ikisinde dönem süresinde dalgalı kur rejimi uygulanmıştır.

Modellerde EH değişkeni enflasyon hedeflemesi uygulayan ülkeler için 1, diđerleri için 0; DKR değişkeni ise dalgalı kur rejimi uygulayan ülkeler için 1, diđerleri için 0 değeri alan kukla (dummy) deęiřkenlerdir.

π_{it} = Enflasyon oranı, e_{it} = Döviz kuru artış oranı; i = ülke, t = zaman.

Sorunun çözüümü için panel veri tahmin yöntemlerini bilmek gerekli deęildir.

(Modellerde parantez içindeki sayılar katsayı standart hatalarıdır KKT = Kahrntı kareleri toplamı (Sum of the squared residuals, SSR), R^2 = Belirleme katsayısı.)

$$\begin{aligned} (2.1) \quad \pi_{it} &= 0.30 + 0.30e_{it} & R^2 &= 0.500, \text{KKT} = 10 \\ (2.2) \quad \pi_{it} &= 0.25 + 0.50e_{it} - 0.40(\text{EH} * e_{it}) & R^2 &= 0.600, \text{KKT} = 12 \\ & (0.10) (0.05) (0.08) \\ (2.3) \quad \pi_{it} &= 0.28 + 0.55e_{it} - 0.45(\text{DKR} * e_{it}) & R^2 &= 0.610, \text{KKT} = 11.8 \\ & (0.10) (0.11) (0.09) \\ (2.4) \quad \pi_{it} &= 0.32 + 0.60e_{it} - 0.35(\text{EH} * e_{it}) - 0.20(\text{DKR} * e_{it}) & R^2 &= 0.650 \\ & (0.08) (0.15) (0.70) (0.30) \end{aligned}$$

- a) [3 puan] Denklem (2.1)'i yorumlayınız. Denklem hangi hipotez altında tahmin edilmiştir?
- b) [8 puan] Denklem (2.2) ve (2.3) ile verilen tüm tahmin katsayılarını yorumlayınız. Denklemler hangi hipotez(ler) altında tahmin edilmiştir? Döviz kurundan enflasyona geçiş modelini enflasyon hedeflemesi uygulayan ve uygulamayan ülkeler için ayrı ayrı yazınız.
- c) [4 puan] Döviz kuru geçiş katsayısının (e_{it} katsayısı) enflasyon hedeflemesi uygulayan ülkelerde farklı olmadığı önermesini ampirik olarak sınavınız.
- d) [5 puan] Denklem (2.4)'ü ve tüm katsayılarını yorumlayınız. Denklem (2.4) sonuçları (2.2) veya (2.1) sonuçları ile tutarlı mıdır? Neden?
- e) [4 puan] “Denklem (2.4) sonuçları kukla değişken tuzağı nedeniyle güvenilmezdir” önermesinin geçerliliğini tartışınız.
- f) [6 puan] Denklem (2.1) enflasyon hedeflemesi uygulayan ve uygulamayan ülke verileri için ayrı ayrı tahmin edilmiş ve KKT enflasyon hedeflemesi uygulayan ülkeler için 1.7, uygulamayanlar için 1.8 olarak bulunmuştur. Bu sonuçlar denklem (2.2)'nin yeniden tanımlanması gerektiğı önermesini destekler mi? Neden? Gerekli sınama istatistiklerini de hesaplayarak tartışınız.

3. (30 puan) Aşağıdaki modeller A ve B teorilerinin geçerliliğini sınamak için 50 zaman serisi gözlemi kullanılarak tahmin edilmiştir. Para arzı (m) ve fiyat düzeyi (p) değişkenlerinin birinci derecede bütünlük (I(1)) olduğu bulunmuştur. Bu değişkenler arasında, para arzı A teorisine göre içsel, B teorisine göre ise dışsal değişkendir. Denklemlerde, $\Delta m_t = m_t - m_{t-1}$ ve $\Delta p_t = p_t - p_{t-1}$ olarak tanımlanmıştır. Denklemlerde, ADF(v_{1t}) and ADF(v_{2t}), sırasıyla denklem (3.1) ve (3.2)'nin tahmininden elde edilen artıkların (v_{1t} , v_{2t} ; residuals) Dickey-Fuller birim kök (unit root) test sonuçlarıdır.

Modellerde parantez içindeki sayılar katsayı t-oranlarıdır.
 R^2 = Belirleme katsayısı, DW = Durbin-Watson İstatistiği

$$(3.1) \quad m_t = 0.10 + 0.98p_t \quad R^2 = 0.99, \text{ ADF}(v_{1t}) = -22.8$$

(8.80) (7.70)

$$(3.2) \quad \Delta m_t = 0.01 + 0.12\Delta p_t \quad R^2 = 0.40, \text{ ADF}(v_{2t}) = -29.5$$

(0.70) (3.70)

$$(3.3) \quad \Delta m_t = 0.09 - 0.50v_{1t-1} + 0.80\Delta m_{t-1} + 0.70\Delta p_t + 0.30\Delta p_{t-1}$$

(3.00) (-6.00) (5.90) (3.50) (3.80)

$R^2 = 0.92, \text{ DW} = 2.01$

$$(3.4) \quad \Delta p_t = 0.13 + 0.12v_{1t-1} + 0.60\Delta m_t + 0.20\Delta m_{t-1} + 0.50\Delta p_{t-1}$$

(3.30) (1.70) (12.0) (7.65) (6.30)

$R^2 = 0.98, \text{ DW} = 1.98$

$$(3.5) \quad \Delta p_t = 0.04 - 0.90v_{2t-1} + 0.16\Delta m_t + 0.25\Delta m_{t-1} + 0.30\Delta p_{t-1}$$

(2.40) (-3.80) (11.3) (6.60) (6.40)

$R^2 = 0.99, \text{ DW} = 1.99$

- a) [4 puan] Model (3.1) ve (3.2)'yi karşılaştırarak yorumlayınız.
- b) [6 puan] Model (3.3)'ü ve tüm tahmin katsayılarını yorumlayınız.
- c) [6 puan] Model (3.4) ve (3.5)'i karşılaştırarak yorumlayınız.
- d) [4 puan] Tahmin sonuçları A ve B teorilerinden hangisini desteklemektedir? Neden?

- e) [5 puan] Aynı veri seti için aşağıdaki VAR(2) modeli tahmin edilmiştir:

$$\begin{pmatrix} \Delta p_t \\ \Delta m_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.6 & 0.0 \\ 0.3 & 0.4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta p_{t-1} \\ \Delta m_{t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.2 & 0.0 \\ 0.1 & 0.0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta p_{t-2} \\ \Delta m_{t-2} \end{pmatrix}$$

Sonuçlar, değişkenler arasında Granger nedenselliği olmadığı önermesini destekliyor mu? Neden? Verilen bilgiler Granger nedenselliğinin sınanması için yeterli midir? Neden?

- f) [5 puan] "Tüm sonuçlar birarada incelendiğinde, para arzı kontrolü uzun ve kısa dönemde, enflasyon kontrolü için yeterli ve etkin bir yöntemdir" önermesinin geçerliliğini söz konusu ülke verileri çerçevesinde tartışınız.

Bölüm II: Aşağıdaki ÜÇ Sorudan İKİ Soruyu Yanıtlayınız.

4. (20 puan) Aşağıdaki model verilmiştir:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + u_t \quad t = 1, 2, \dots, 29, 30.$$

Bağımlı ve açıklayıcı değişkenlere ilişkin ilk üç ve son üç gözlem aşağıdaki tabloda verilmiştir:

Gözlem	Y	X
1	16	32
2	25	75
3	20	50
...
28	54	81
29	96	144
30	78	169

a) [8 puan] Model hata teriminin diğer klasik varsayımları sağladığı ve

$$\sigma_t^2 = \sigma^2 Y_t^2 \quad t = 1, 2, \dots, 14, 15$$

$$\sigma_t^2 = \sigma^2 X_t \quad t = 16, 17, \dots, 29, 30$$

olduğu durumda modeli hangi yöntemle tahmin edersiniz? Neden? Tahmin edeceğiniz denklemi ve bu denklemdeki değişkenlere ait (sabit terim dahil) ilk üç ve son üç gözlemi yazınız.

b) [12 puan] Model hata teriminin diğer klasik varsayımları sağladığı ve

$$u_t = \rho u_{t-1} + e_t$$

durumunda ve $\rho = 1$ önermesi altında modeli hangi yöntemle tahmin edersiniz? Neden? Tahmin edeceğiniz denklemi ve bu denklemdeki değişkenlere ait (sabit terim dahil) ilk üç ve son iki gözlemi yazınız.

$\rho \neq 1$ durumunda, hata teriminin (u_t) varyansının 0, kovaryansının da tüm gözlemler için 1 olduğu önermesinin geçerli olup olmadığını, gerekli tüm işlemleri de yaparak, gösteriniz.

5. (20 puan) Satınalma gücü paritesi (SAP) önermesi, döviz kuru değişmesi (EG_t), yurtiçi enflasyon (π_t) ve yurtdışı enflasyon (π^*_t) değişkenleri kullanılarak, aşağıdaki denklem tahminiyle incelenebilir ($\beta_1 > 0$, $\beta_2 < 0$):

$$EG_t = \beta_0 + \beta_1 \pi_t + \beta_2 \pi^*_t + u_t \quad (5.1)$$

Prof. H. Stock, bir çalışmada, denklem (5.1)'i A ülkesi için 50 zaman serisi gözlemi kullanarak tahmin etmiştir. Prof. Stock, β_1 ve β_2 tahmin katsayılarının istatistiksel olarak anlamsız (insignificant) ve kalıntı kareleri toplamının “aşırı yüksek” (KKT = 1000) olduğu gerekçesiyle modelin geçerli olmadığını önermiştir.

Prof. Stock'un çalışmasını inceleyen bir araştırmacı, aynı verileri kullanarak, SAP önermesini sınamak istemiştir. Araştırmacı π^*_t serisi verilerini bulamadığı için, verisi hazır olan enflasyon farkı ($EF = \pi_t - \pi^*_t$) değişkenini kullanarak aşağıdaki denklemi tahmin etmiştir:

$$EG_t = 0.20 + 0.90EF_t \quad R^2 = 0.95, \text{ KKT} = 1001 \quad (5.2)$$

KKT = Kalıntı kareleri toplamı (Sum of the squared residuals, SSR)
R² = Belirleme katsayısı.

- a) [4 puan] Araştırmacıya göre veriler SAP önermesini desteklemektedir. Prof. Stock ve araştırmacının modellerini, gerekli kısıtları da tanımlayıp-sınayarak, karşılaştırınız.
- b) [5 puan] Prof. Stock'un tüm sonuçlarının nedenlerini tartışınız. Prof. Stock'un modelinde R^2 istatistiğinin çok düşük olmasını bekler misiniz? Neden?
- c) Araştırmacı, Prof. Stock'un π_t ve π^*_t değişkenleri arasındaki yüksek pozitif korelasyon katsayısı (0.99) sonucunu dikkate alarak aşağıdaki modelin tahminini önermektedir:

$$EG_t = a_0 + a_1 \pi_t + u_{t1} \quad (5.3)$$

Aşağıdaki önermelerin geçerliliğini tartışınız :

- i) [4 puan] “Model (5.1) ve Model (5.3) den elde edilen sabit terim ve π_t katsayısı aynı olacaktır”.
- ii) [4 puan] “Model (5.3)'den elde edilen π_t katsayısı yukarı yönlü yanlı (upward biased) olmayacaktır”.
- iii) [3 puan] “Model (5.3)'den elde edilen π_t katsayısının varyansı daha düşük olacak, dolayısıyla etkinlik (efficiency) kaybı oluşacaktır”.

6. (20 puan) Aşağıdaki tüketim denklemi 22 gözlem kullanılarak tahmin edilmiştir:

$$(6.1) \quad C_t = 400 + 0.8Y_t \quad R^2 = 0.800, \quad KKT = 2000$$

C = Tüketim, C = Y-S, Y= Gelir, S = Tasarruf. Tüketim denklemi (6.1) Gauss-Markov varsayımlarını sağlamaktadır.

KKT = Kalıntı kareleri toplamı (Sum of the squared residuals, SSR), R^2 = Belirleme katsayısı

Aşağıdaki tasarruf (S) denklemleri verilmiştir.

$$(6.2) \quad S_t = \gamma_0 + \gamma_1 Y_t + u_{t1}$$

$$(6.3) \quad S_t = \beta_0 + \beta_1 Y_t + \beta_2 C_t + u_{t2}$$

- [5 puan] Denklem (6.1) için Y_t katsayısının t-oranını hesaplayınız.
- [5 puan] Denklem (6.2) için tahmin edilen γ_0 ve γ_1 katsayılarını hesaplayınız.
- [5 puan] Denklem (6.3) için R^2 ve tahmin edilen $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ katsayılarını hesaplayınız.
- [5 puan] Denklem (6.1) ve (6.2)'deki eğim katsayılarının, geçerli değişkenleri dışarıda bırakması nedeniyle yanlı (biased) olacağı önerilmektedir. Bu iddianın doğru, yanlış veya belirsiz olacağını gerekçesiyle belirtiniz.

Türkiye Cumhuriyet Merkez Bankası
Araştırmacı Bilim Sınavı Matematik Kısmı
(26 Eylül 2009)

Bu sınav 7 sorudan oluşmaktadır. Soruların puan toplamı 100'dür.
Sınav süresi 180 dakikadır. *Başarılar...*

- 1) **(16 puan)** $x^3 - y^3 = 91$ denkleminin tüm tam sayı çözümlerini bulunuz. (Cevabınızın, bulacağınız çözüm değerleri dışında bir çözüm bulunamayacağını da içermesi beklenmektedir.)
- 2) **(16 puan)** 5 elemanlı bir tamsayılar kümesi, eleman toplamları eşit olan 3 elemanlı ve 2 elemanlı ayrık iki alt kümeye ayrılabiliriyorsa, bu küme (*) özelliğini sağlar, diyeceğiz.
{1, 2, 3, ..., 50} (1'den 50'ye kadar tamsayılar) kümesini her birinde 5'er eleman bulunan ve (*) özelliğini sağlayan ayrık 10 alt kümeye ayırmanın mümkün olup olmadığını gösteriniz.
- 3) **(10 puan)** $[2, x, -1]$ vektörü, x 'in hangi değerleri için $v_1 = [-3, 2, 1]$ ve $v_2 = [-1, -2, 3]$ vektörlerinin lineer (doğrusal) kombinasyonu olarak ifade edilebilir? (Sonuca nasıl ulaştığınızı gösteriniz.)
- 4) **(18 puan)** Ahmet ve Ceren bir oyun üzerinde iddiaya girerler. Oyunun her adımında oyuncular birer hilesiz zar atıp gelen iki yüzün toplamını kaydedeceklerdir. Bu toplamın 12 olduğu ya da arka arkaya iki kez 7 olduğu ilk anda oyun sona erecektir. Ahmet oyun sona erdiğinde en son kaydedilmiş toplamın 12 olacağını iddia etmektedir. Ahmet'in bu iddiayı kazanma ihtimali nedir? (Sonuca nasıl ulaştığınızı gösteriniz.)
- 5) **(12 puan)** Dikdörtgen bir sayfa 600 santimetre karelik kağıttan oluşmaktadır. Sayfanın altında ve üstünde 2şer santimetre ve sağında ve solunda 3'er santimetre boşluk bırakacak şekilde tüm geriye kalan alan (sabit hızlı bir püskürtücü ile) kırmızıya boyanacaktır. En çok miktarda boya harcanmasına sebep olacak sayfa boyutlarını hesap ediniz. (Sonuca nasıl ulaştığınızı gösteriniz.)

6) (12 puan) Matris işlemleri ile ilgili olarak şu kurallar verilmektedir:

(i) Bir A matrisinin herhangi iki sütununun yer değiştirmesi ile elde edilen bir B matrisi, A matrisi ile aynı determinanta sahiptir ($|A| = |B|$).

(ii) Bir A matrisinin bir sütununun bir reel sayı ile çarpılarak başka bir sütununa eklenmesi sonucu elde edilen bir B matrisi, A matrisi ile aynı determinanta sahiptir ($|A| = |B|$).

(iii) Bir A matrisi sütunları cinsinden $A = [a_1 \dots a_j \dots a_n]$ olarak yazılsın. (Bu gösterimde A matrisinin j nolu sütunu a_j 'dir.) Şayet $a_j = b_1 + b_2 + \dots + b_p$ ise $k = 1, 2, \dots, p$ değerleri için $B_k = [a_1 \dots b_k \dots a_n]$ matrisleri tanımlansın (A matrisinin k nolu sütunu b_k ile değiştirilerek B_k elde edilmiştir). Bu durumda $|A| = |B_1| + |B_2| + \dots + |B_p|$ eşitliği doğrudur.

Yukarıda verilen üç kuralı kullanarak aşağıda verilen

$$A = \begin{bmatrix} x_1 + y_1 & y_1 + z_1 & z_1 + x_1 \\ x_2 + y_2 & y_2 + z_2 & z_2 + x_2 \\ x_3 + y_3 & y_3 + z_3 & z_3 + x_3 \end{bmatrix}$$

ve

$$B = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{bmatrix}$$

matrisleri için $|A|/|B|$ değerini hesap ediniz.

7) (16 puan) Ali, Tolga ve Zeynep kurallarını her üçünün bildiği şu oyunu oynamaktadırlar: Ali ve Tolga birer pozitif tam sayı seçer ve birbirlerinden gizlice Zeynep'e söylerler. Zeynep sadece kendisinin görebileceği şekilde bu sayıların toplamını bir karta ve çarpımlarını başka bir karta yazacağını Ali'ye ve Tolga'ya söyledikten sonra iki kartı bu şekilde hazırlar. Ardından Zeynep kartlardan birini imha eder ve üzerinde 1840 yazan diğer kartı Ali'ye ve Tolga'ya gösterir. Ali karta bakar ve Tolga'nın sayısını bilemediğini söyler. Bunu duyduktan sonra, Tolga da Ali'nin sayısını bilemediğini söyler. Tolga'nın tuttuğu sayı nedir? Ali'nin tuttuğu sayı bulunabilir mi? (Sonuca nasıl ulaştığınızı gösteriniz.)